

מתמטיקה קדם אקדמית 95003

פרק 38 - חשבון אינטגרלי - פונקציה מרוכבת, לוגריתמית וחזקת

תוכן העניינים

1	1. פונקציה מרוכבת
7	2. פונקציה לוגריתמית
13	3. פונקציית חזקה עם מעיריך רציאונלי

פונקציה מעריכית:

סיכום כללי:

אינטגרלים מיידים של פונקציות מעריכיות:

אינטגרלים יסודיים	אינטגרלים של פונקציות מורכבות
$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + c$	$\int a^{mx+n} dx = \frac{a^{mx+n}}{m \cdot \ln a} + c$
$\int e^x dx = e^x + c$	$\int e^{mx+n} dx = \frac{e^{mx+n}}{m} + c$

שאלות:

אינטגרל כללי:

1) חשב את האינטגרלים הבאים :

$$\int (3^x + 5^{2x}) dx . \quad \text{ב.}$$

$$\int (5e^x - e^{3x} + e^{-x} + 1) dx . \quad \text{א.}$$

$$\int (e^x + e^{-x})^2 dx . \quad \text{ד.}$$

$$\int (6\sqrt{e^{4x-1}}) dx . \quad \text{ג.}$$

2) חשב את האינטגרלים הבאים :

$$\int \frac{3e^{3x} - 5e^{2x} + 4e^x - 2}{e^x - 1} dx . \quad \text{ב.}$$

$$\int \frac{e^{2x} - 1}{e^x - 1} dx . \quad \text{א.}$$

3) חשב את האינטגרלים הבאים :

$$\int (e^{x+1})^2 dx . \quad \text{ב.}$$

$$\int (e^{4x} + e^{-x}) dx . \quad \text{א.}$$

$$\int \left(4\sqrt{e^x} + \frac{1}{\sqrt[3]{e^{4x}}} \right) dx . \quad \text{ד.}$$

$$\int \frac{2^x + 4^{2x} + 10^{3x}}{5^x} dx . \quad \text{ג.}$$

4) חשב את האינטגרלים הבאים:

$$\int (xe^{x^2}) dx \quad \text{א.}$$

$$\int \left(\frac{3-e^x}{(e^x-3x)^2} \right) dx \quad \text{ב.}$$

$$\int \left(\frac{e^x}{\sqrt{e^x+3}} \right) dx \quad \text{ג.}$$

אינטגרל מסוים:

5) נתונה נגזרת של פונקציה: $f'(x) = 2e^x - \frac{1}{e^x}$

מצא את הפונקציה אם ידוע שהיא עוברת בנקודת המינימום $\left(\ln 2, 3\frac{1}{4}\right)$

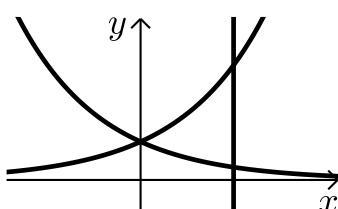
6) נתונה נגזרת של פונקציה: $f'(x) = e^{2x} + e^x - 2$

מצא את הפונקציה אם ידוע שערך הפונקציה בנקודת המינימום שלה הוא $\frac{1}{2}$.

7) נתונה נגזרת של פונקציה: $f'(x) = 6x^2 e^{x^3} - \frac{1}{x^2}$

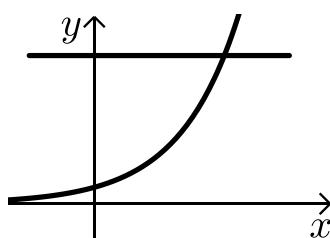
מצא את הפונקציה אם ידוע שהיא עוברת בנקודת המינימום $\left(-1, \frac{2}{e}\right)$

чисובי שטחים:



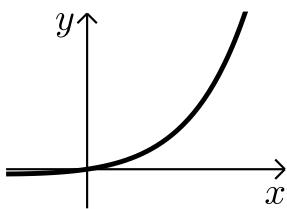
8) נתונות הפונקציות: $f(x) = e^x$, $g(x) = e^{-x}$

מצא את גודל השטח הכלוא בין הפונקציות
ליישר $x = \ln 3$.

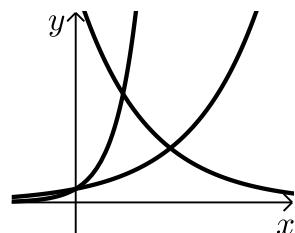


9) נתונה הפונקציה: $f(x) = 3^x$

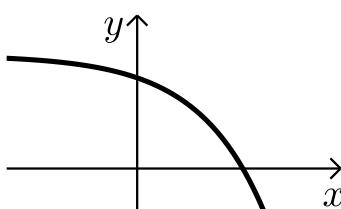
מצא את גודל השטח הכלוא בין הפונקציה,
הישר $y = 9$ וציר ה- y .



10) נתונה הפונקציה: $f(x) = e^{2x} - e^x$.
לפונקציה העבירו משיק בראשית הציר.
מצא את גודל השטח הכלוא בין הפונקציה,
המשיק והישר $x=2$.



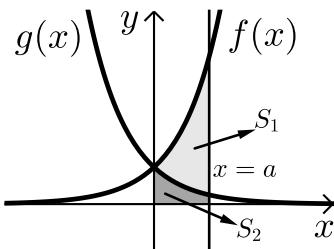
11) נתונות הפונקציות:
 $f(x) = e^x$, $g(x) = e^{3x}$, $h(x) = 16e^{-x}$
חשב את גודל השטח הכלוא שבין שלוש הפונקציות.



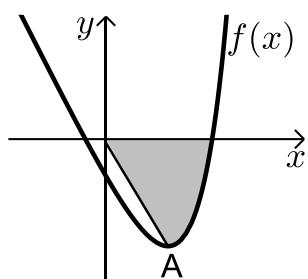
12) נתונה הפונקציה: $f(x) = 5 - e^x$.
העברו לפונקציה משיק ששיופעו $-e$.
חשב את גודל השטח הכלוא בין
הפונקציה, המשיק וציר ה- x .
ניתן להשair e ו- \ln בתשובה.

13) נתונה הפונקציה: $f(x) = e^{bx}$, $(0 < b)$.
גודל השטח הכלוא בין הפונקציה, המשיק לפונקציה העובר
בראשית הצירים וציר ה- y הוא $\frac{e-2}{4}$.
מצא את ערכו של הפרמטר b .

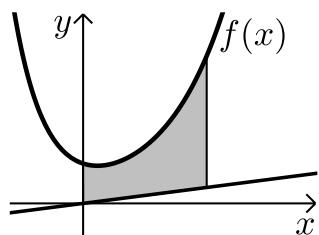
14) נתונות הפונקציות:
 $f(x) = e^{\frac{1}{2}x}$, $g(x) = e^{-x}$
מנקודת הנמצאת על גרף הפונקציה (x, g) בربיע הראשון הורידו אנך לשני
הצירים. המשך האנך לציר ה- y חותך את הפונקציה (x, f) ומנקודת החיתוך
יורד אנך נוסף לציר ה- x כך שנוצר מלבן.
הוכח כי שטחו המקסימלי של מלבן כזה הוא $\frac{3}{e}$.



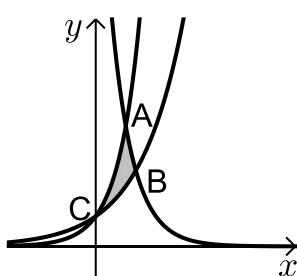
- 15) באIOR שלפניך מתוארים הגרפים של הפונקציות: $g(x) = e^{-2x}$ ו- $f(x) = e^{2x}$. מעבירים אנך לציר ה- x את הישר $a > 0$, $x = a$ את הישר כמתואר באIOR.Anc זה יוצר את השטחים S_1 ו- S_2 . ידוע כי השטח S_1 גדול פי 3 מהשטח S_2 . מצא את a .



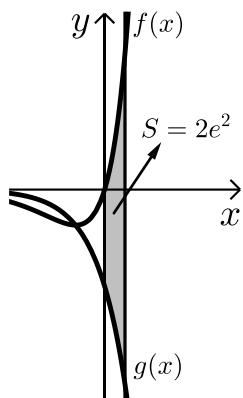
- 16) נתונה הפונקציה: $f(x) = e^{2x-1} - 2ex - 2$.
הנקודה A היא נקודת המינימום של הפונקציה.
א. מצא את שיעורי הנקודה A.
מחברים את הנקודה A עם ראשית הצירים.
ב. כתוב את משוואת הישר המחבר את הנקודה A עם הרأسית.
ג. חשב את השטח הכלוא בין גרף הפונקציה, הישר וציר ה- x , אם ידוע כי גרף הפונקציה חותך את ציר ה- x בנקודה שבה $x = 1.7$.



- 17) נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{e^x + e^{ax}}{4}$.
ידוע כי הפונקציה עוברת דרך הנקודה: $\left(1, \frac{e^3 + 1}{4e^2}\right)$.
א. מצא את a וכתוב את הפונקציה.
ב. באIOR שלפניך מתואר גרף הפונקציה $f(x) = 0.1x$ והישר: $y = 0.1x$ ו- $x = 2$.
חשב את השטח המוגבל בין גרף הפונקציה, הישר, ציר y והאנך: $x = 2$.



- 18) באIOR שלפניך מתוארים הגרפים של שלוש פונקציות:
 $h(x) = 2^{4-2x}$. II $g(x) = 4^x$. II $f(x) = 2^x$. I
א. קבע איזה גרף מתאר כל פונקציה.
ב. מצא את שיעורי הנקודות A, B ו- C (נקודות החיתוך שבין הגרפים).
ג. חשב את השטח המסומן באIOR.



19) ענה על הטעיפים הבאים :

א. גזoor את הפונקציה הבאה : $y = e^x (x-1)$.

ב. באיוור שלפניך מתוארים הגרפים של

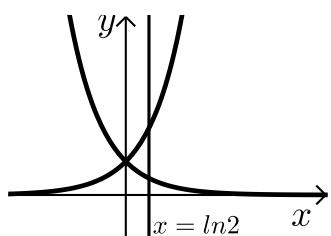
$$f(x) = xe^x, \quad g(x) = -e^x.$$

מעבירים ישר $x=a$, ($a > 0$) החותך את הגרפים

של שתי הפונקציות וyoצר את השטח המתוואר

הכלוא בין הגרפים של שניהם, ציר ה- y והישר.

ידעו כי שטח זה שווה ל- $-2e^2$. מצא את a .



чисובי נפחים :

20) נתונות הפונקציות : $f(x) = e^x, \quad g(x) = e^{-x}$.

השטח הכלוא בין הפונקציות והישר : $x = \ln 2$

מסתובב סביב ציר ה- x .

חשב את נפח גוף הסיבוב שנוצר.

תשובות סופיות:

$$\frac{3^x}{\ln 3} + \frac{5^{2x}}{2 \ln 5} + c . \text{ ב. } \quad 5e^x - \frac{e^{3x}}{3} - e^{-x} + x + c . \text{ נ. } \quad (1)$$

$$\frac{1}{2}e^{2x} + 2x - \frac{1}{2}e^{-2x} + c . \text{ ט. } \quad 3e^{\frac{2x-1}{2}} + c . \text{ ג.}$$

$$\frac{3e^{2x}}{2} - 2e^x + 2x + c . \text{ ב. } \quad e^x + x + c . \text{ נ. } \quad (2)$$

$$\frac{1}{2}e^{2x+2} + c . \text{ ב. } \quad \frac{1}{4}e^{4x} - e^{-x} + c . \text{ נ. } \quad (3)$$

$$8\sqrt{e^x} - \frac{3}{4}e^{\frac{-4x}{3}} + c . \text{ ט. } \quad \frac{0.4^x}{\ln 0.4} + \frac{3.2^x}{\ln 3.2} + \frac{200^x}{\ln 200} + c . \text{ ג.}$$

$$\frac{1}{2}e^{x^2} + c . \text{ ג. } \quad \frac{1}{e^x - 3x} + c . \text{ ב. } \quad 2\sqrt{e^x + 3} + c . \text{ נ. } \quad (4)$$

$$f(x) = 2e^x + e^{-x} - 1.25 \quad (5)$$

$$f(x) = \frac{1}{2}e^{2x} + e^x - 2x - 1 \quad (6)$$

$$f(x) = 2e^{x^3} + \frac{1}{x} + 1 \quad (7)$$

$$S = \text{ ש"מ} 1\frac{1}{3} \quad (8)$$

$$S = \text{ ש"מ} 10.72 \quad (9)$$

$$S = \text{ ש"מ} 18.41 \quad (10)$$

$$S = \text{ ש"מ} 3\frac{1}{3} \quad (11)$$

$$S = \text{ ש"מ} 0.192 \quad (12)$$

$$b = 2 \quad (13)$$

$$a = \ln 2 \quad (15)$$

$$S = \text{ ש"מ} 4.744 . \text{ ג.} \quad y = -(e+2)x . \text{ ב.} \quad A(1, -e-2) . \text{ נ.} \quad (16)$$

$$1.52 . \text{ ב.} \quad f(x) = \frac{e^x + e^{-2x}}{4} , \quad a = -2 . \text{ נ.} \quad (17)$$

$$S = \text{ ש"מ} 1.03 . \text{ ג.} \quad A(1, 4) , \quad B\left(1\frac{1}{3}, 2.52\right) , \quad C(0, 1) . \text{ ב.} \quad (18)$$

$$a = 2 . \text{ ב.} \quad y' = xe^x . \text{ נ.} \quad (19)$$

$$\frac{1}{8} \text{ ש"מ} \pi . \text{ ג.} \quad (20)$$

פונקציה לוגריתמית:

סיכום כללי:

אינטגרלים מיידים של פונקציות לוגריתמיות:

אינטגרל יסודי	אינטגרל של פונקציה מורכבת
$\int \frac{1}{x} dx = \ln x + c$	$\int \frac{1}{ax+b} dx = \frac{1}{a} \ln ax+b + c$

שאלות:

אינטגרל כללי:

(1) חשב את האינטגרלים הבאים:

$$\int \frac{x+3}{x^2-9} dx \quad \text{ג.} \quad \int \frac{x^2+3x-4}{x} dx \quad \text{ב.} \quad \int \left(\frac{3}{x} + \frac{2}{x+1} - \frac{4}{3x-1} \right) dx \quad \text{א.}$$

(2) חשב את האינטגרלים הבאים:

$$\int \frac{x^4+3}{x+1} dx \quad \text{ג.} \quad \int \frac{x^3-x^2+5x-6}{x-2} dx \quad \text{ב.} \quad \int \frac{x^2+3x+5}{x+1} dx \quad \text{א.}$$

(3) חשב את האינטגרלים הבאים:

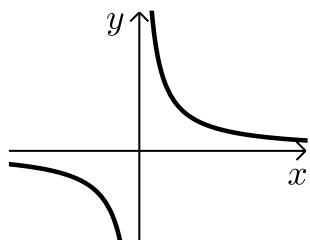
$$\begin{array}{lll} \int \frac{e^x}{e^x+5} dx & \text{ג.} & \int \frac{x-1}{x^2-2x} dx & \text{ב.} & \int \frac{2x}{x^2-3} dx & \text{א.} \\ \int \frac{\cos x}{\sin x} dx & \text{ה.} & \int \frac{e^x-e^{-x}}{e^x+e^{-x}} dx & \text{ד.} & & \end{array}$$

אינטגרל מסוים:

(4) נתונה נגזרת של פונקציה: $f'(x) = 2x - \frac{1}{x-4}$.

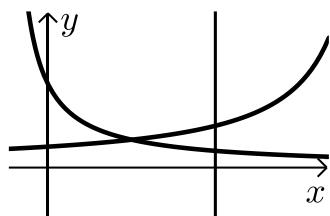
מצא את הפונקציה אם ידוע שהיא עוברת בנקודה (5,28).

- 5) נתונה נגזרת שנייה של פונקציה $f(x) = 6x - \frac{1}{x^2}$. מצא את הפונקציה אם ידוע שהיא עוברת בנקודה $(-2, 1)$ ושייפועה בנקודה זו הוא 3.

חישובי שטחים:


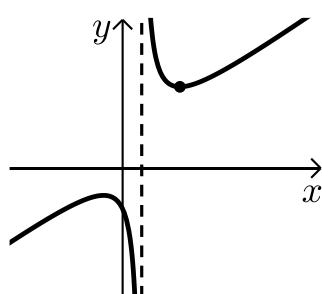
6) נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{1}{x}$

חשב את גודל השטח הכלוא בין הפונקציה, היסרים $x = -4$ ו- $x = 1$ וציר ה- x . ניתן להשאיר \ln בתשובה.



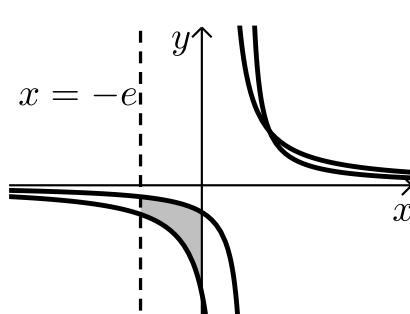
7) נתונות הפונקציות: $f(x) = \frac{2}{x+1}$, $f(x) = \frac{4}{8-x}$

חשב את גודל השטח הכלוא בין הפונקציות, הימשר $x = 4$ והצירים.



8) נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{x^2 + 3}{x-1}$

חשב את גודל השטח הכלוא בין גרף הפונקציה, המשיק לפונקציה בנקודה שבה $x = 2$ ואנך לציר ה- x העובר בנקודות המינימום של הפונקציה. אפשר להשאיר ביטוי עם \ln בתשובה.



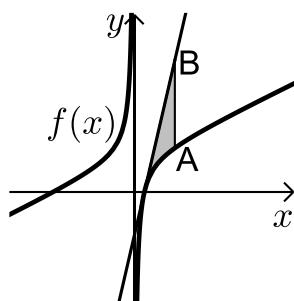
9) באיזור שלפניך נתונות הפונקציות: $f(x) = \frac{a}{x-1}$

ו- $g(x) = \frac{a-1}{x-2}$ בתחום: $x < 0$.

ידוע כי הגרפים של הפונקציות נחתכים בנקודה שבה $x = 3$.

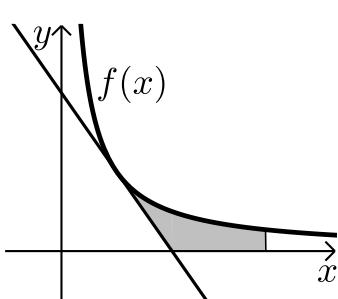
א. מצא את a וכתוב את שתי הפונקציות.

ב. חשב את השטח המוגבל ע"י הגרפים של שתי הפונקציות, ציר ה- y והימשר $x = -e$

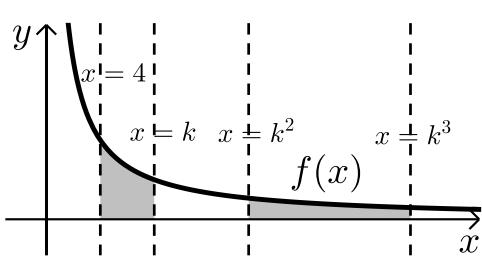


- 10) נתונה הפונקציה: $f(x) = 7 + ax + \frac{b}{x}$.
 ידוע כי משוואת המשיק לגרף הפונקציה
 בנקודת החיתוך שלה עם ציר ה- x היא: $y = 18x - 9$.
 א. מצא את a ו- b ו כתוב את הפונקציה.
 מעבירים ישר המקביל לציר ה- y שחותך את גרף
 הפונקציה בנקודה A ואת משוואת המשיק בנקודה B.
 אורך הקטע AB הוא 18.

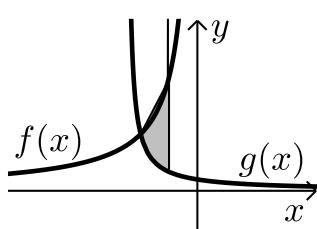
- ב. מצא את משוואת הישר הניל אם ידוע כי הנקודה A
 נמצאת מימין לנקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- x .
 ג. חשב את השטח המוגבל בין גרף הפונקציה, המשיק והישר.



- 11) הנגזרת של הפונקציה $f(x)$ היא: $f'(x) = -\frac{4}{x^2}$.
 משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודה
 שבה: $x = 2$ היא: $y = 4 - x$.
 א. מצא את הפונקציה $f(x)$.
 ב. באIOR שלפניך מתוארים גרף הפונקציה $f(x)$ ומשיק
 בתהום: $x > 0$.
 חשב את השטח המוגבל בין גרף הפונקציה, המשיק,
 ציר ה- x והישר $x = e^2$.



- 12) באIOR שלפניך נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{2}{x}$
 בתחום: $x > 0$. מעבירים את הישרים:
 $x = 4$, $x = k$, $x = k^2$, $x = k^3$
 כמתואר $x > 4$.
 א. הבע באמצעות k את השטחים: S_1 ו- S_2 .
 ב. הראה כי ההפרש: $S_2 - S_1$ אינו תלוי ב- k וחשב את ערכו.
 ג. נתון כי השטח S_2 גדול פי 3 מהשטח S_1 . מצא את k .



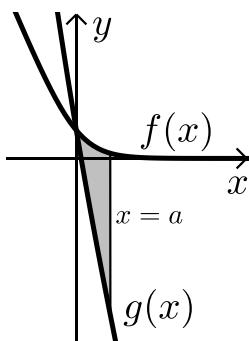
13) נתונות הפונקציות: $g(x) = \frac{k}{2x+5}$ ו- $f(x) = -\frac{4}{x}$

גרף הפונקציה $g(x)$ חותך את ציר ה- y בנקודה
שהה $y = 0.4$.

א. מצא את הפונקציה $g(x)$.

ב. מצא את נקודת החיתוך של שני הגרפים.

ג. חשב את השטח המוגבל ע"י שני הגרפים והישר $x = -1$.



14) באIOR מtauרים הגרפים של הפונקציות:

$$g(x) = \ln(e^{-2x} + e^{-3x}) \text{ ו- } f(x) = \ln(e^{-x} + 1) \quad \text{בתוחום: } (x \geq 0)$$

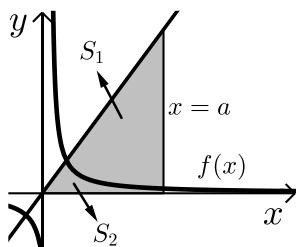
א. הראה כי הגרפים נחתכים על ציר ה- y .

ב. מעבירים ישר $x = a$, ($a > 1$) המאונך

לציר ה- x אשר חותך את הגרפים של שתי
הfonקציות ויוצר את השטח S (ראה AIOR).

מצא את ערכו של a עבורו מתקיים: $S = 4$.

15) באIOR שלפניך מtauרים הגרפים של הפונקציה: $y = x$: $f(x) = \frac{2}{3x-1}$ והישר:



א. מצא את נקודת החיתוך של הפונקציות
הנמצאת ברביע הראשון.

מעבירים אנך לציר ה- x - $x = a$ הנמצא מימין
לנקודת החיתוך שמצויה בסעיף הקודם.

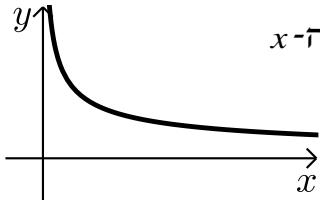
האנך החותך את הגרפים ויוצר את השטחים S_1 ו- S_2 המtauרים האIOR.

ב. מצא את הערך של a עבורו השטח S_2 יהיה שווה ל- $7 \ln 7$.

ג. עבור ערך ה- a שמצויה בסעיף הקודם חשב את יחס השטחים: $\frac{S_1}{S_2}$.

חישובי נפחים:

$$16) \text{ נתונה הפונקציה: } f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$$



השטח הכלוא בין הפונקציה, הישרים $x=1$ ו- $x=3$ וציר ה- x מסתובב סביב ציר ה- x .
מצא את נפח גוף הסיבוב שנוצר באופן זה.
אפשר להשאיר תा בתשובה.

$$17) \text{ נתונה הפונקציה: } f(x) = \frac{e^x}{\sqrt{e^{2x} + 1}}$$

השטח הכלוא בין הפונקציה, הצירים והישר $x = \ln \sqrt{3}$ מסתובב סביב ציר ה- x . חשב את נפח גוף הסיבוב שנוצר.

$$18) \text{ נתונה הפונקציה: } f(x) = \sqrt{x} + \frac{2}{\sqrt{x}}$$

($a > 0$) השטח הכלוא בין הפונקציה, הישרים $x=a$ ו- $x=a+3$ וציר ה- x מסתובב סביב ציר ה- x .
חשב את נפח גוף הסיבוב המינימלי שנוצר באופן זהה.

תשובות סופיות:

$$\ln|x-3|+c \text{ .ג} \quad \frac{x^2}{2}+3x-4\ln|x|+c \text{ .ב} \quad 3\ln|x|+2\ln|x+1|-\frac{4\ln|3x-1|}{3}+c \text{ .נ} \quad (1)$$

$$\frac{x^3}{3}+\frac{x^2}{2}+7x+8\ln|x-2|+c \text{ .ב} \quad \frac{x^2}{2}+2x+3\ln|x+1|+c \text{ .נ} \quad (2)$$

$$\frac{x^4}{4}-\frac{x^3}{3}+\frac{x^2}{2}-x+4\ln|x+1|+c \text{ .ג}$$

$$\ln|e^x+5|+c \text{ .ג} \quad \frac{1}{2}\ln|x^2-2x|+c \text{ .ב} \quad \ln|x^2-3|+c \text{ .נ} \quad (3)$$

$$\ln|\sin x|+c \text{ .ה} \quad \ln|e^x+e^{-x}|+c \text{ .ט}$$

$$f(x)=x^2-\ln|x-4|+3 \quad (4)$$

$$f(x)=x^3+\ln|x|-x-2 \quad (5)$$

$$S=\text{יש} \quad \ln 4 \quad (6)$$

$$S=\text{יש} \quad 2.17 \quad (7)$$

$$S=\text{יש} \quad 4\ln 2-2 \quad (8)$$

$$S=\text{יש} \quad 1.76 \text{ .ב} \quad f(x)=\frac{2}{x-1}, \quad g(x)=\frac{1}{x-2}, \quad a=2 \text{ .נ} \quad (9)$$

$$x=2 \text{ .ב} \quad f(x)=7+2x-\frac{4}{x}, \quad a=2, \quad b=-4 \text{ .נ} \quad (10)$$

$$S=6+\ln 256 \approx \text{יש} \quad 11.54 \text{ .ג}$$

$$S=\text{יש} \quad 6-4\ln 2 \text{ .ב} \quad f(x)=\frac{4}{x} \text{ .נ} \quad (11)$$

$$k=8 \text{ .ג} \quad S_2-S_1=\ln 16 \text{ .ב} \quad S_1=2\ln k-\ln 16, \quad S_2=2\ln k \text{ .נ} \quad (12)$$

$$S=\text{יש} \quad \ln 5 \frac{1}{3} \approx 1.674 \text{ .ג} \quad (-2,2) \text{ .ב} \quad g(x)=\frac{2}{2x+5} \text{ .נ} \quad (13)$$

$$a=2 \text{ .ב} \quad (14)$$

$$\frac{S_1}{S_2}=5.955 \text{ .ג} \quad a=5 \text{ .ב} \quad (1,1) \text{ .נ} \quad (15)$$

$$V=\text{נ} \quad \pi \ln 3 \quad (16)$$

$$V=\text{נ} \quad \frac{\pi}{2} \ln 2 \quad (17)$$

$$V=\text{נ} \quad \pi \left(19 \frac{1}{2} + 4\ln 4 \right) \quad (18)$$

פונקציית חזקה עם מעריך רצionarioלי:

סיכום כללי:

אינטגרלים מיידים של פונקציית חזקה עם מעריך רצionarioלי:

אינטגרל יסודי	אינטגרל של פונקציה מורכבת
$\int \sqrt[n]{x^m} dx = \int x^{\frac{m}{n}} dx = \frac{x^{\frac{m}{n}+1}}{\frac{m}{n}+1} + C$	$\int \sqrt[n]{(ax+b)^m} dx = \int (ax+b)^{\frac{m}{n}} dx = \frac{(ax+b)^{\frac{m}{n}+1}}{a \cdot \left(\frac{m}{n}+1\right)} + C$

. $\frac{m}{n} \neq -1$ תנאי לקיום האינטגרציה :

שאלות:

אינטגרל של פונקציית חזקה:

1) חשב את האינטגרלים הבאים :

א. $\int (x \cdot \sqrt[5]{x}) dx$ ב. $\int (4x - 2\sqrt[4]{x}) dx$ ג. $\int \sqrt[3]{x} dx$

ד. $\int \frac{x^3 - 3x + 5}{\sqrt{x}} dx$ ה. $\int \frac{x+4}{\sqrt[4]{x}} dx$ ו. $\int \frac{3}{\sqrt[3]{x}} dx$

ז. $\int \frac{3}{\sqrt[8]{7x+12}} dx$ ח. $\int \sqrt[4]{5-x} dx$ ט. $\int \sqrt[3]{2x-3} dx$

י. $\int \frac{7}{\sqrt[5]{14-2x}} dx$

2) חשב את ערכי האינטגרלים הבאים :

ג. $\int_{-10}^5 \frac{2}{\sqrt[4]{6-x}} dx$ ב. $\int_3^{16} (\sqrt[4]{5x+1}) dx$ נ. $\int_0^8 (x + \sqrt[5]{4x}) dx$

אינטגרל מסוים:

3) נתונה הנגזרת הבאה: $f'(x) = 2x - \sqrt[3]{4x}$.

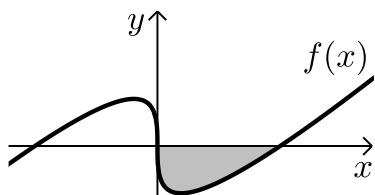
ידוע כי הפונקציה עוברת בנקודת $(2,3)$.
מצא את הפונקציה.

4) נתונה הנגזרת הבאה: $f'(x) = \sqrt[3]{5x+7}$.

ידוע כי הפונקציה חותכת את ציר ה- x בנקודת שבה $x=4$.
מצא את הפונקציה.

5) נתונה הנגזרת הבאה: $f'(x) = \frac{10}{\sqrt[5]{x+1}} + (x-1)^2$.

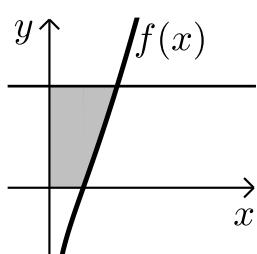
ידוע כי הפונקציה חותכת את ציר ה- y בעקבודה שבה $y=-6$.
מצא את הפונקציה.

חישובי שטחים:

6) באIOR שלפניך מופיע גרף הפונקציה: $f(x) = x - 4\sqrt[3]{x}$.

א. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה
עם ציר ה- x .

ב. חשב את השטח הנוצר בין גרף הפונקציה והצירים.



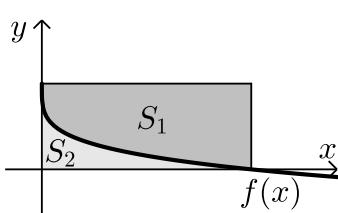
7) באIOR שלפניך מצויר גרף הפונקציה: $f(x) = \frac{x^2 - 4}{\sqrt{x}}$.

א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה?

ב. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה
עם ציר ה- x .

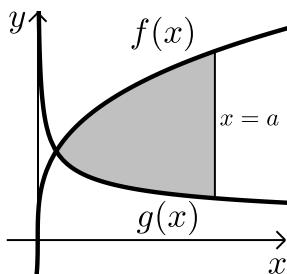
ג. מעבירים אנך לציר ה- y מנקודת $(4,6)$.

חשב את השטח הנוצר בין גרף הפונקציה, האנך והציר.

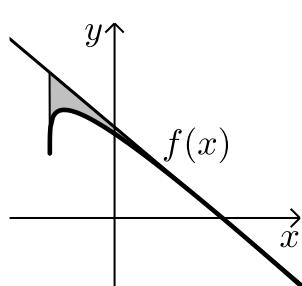


- 8) באIOR שלפניך מתואר גраф הפונקציה: $f(x) = 2 - \sqrt[4]{x}$.
 מעבירים ארכיס לציר מנקודות החיתוך של גראף הפונקציה עם הצירים כך שנוצר מלבן.
 מסמנים את השטח שבין גראף הפונקציה והציראים:
 ב- S_1 ואת השטח שבין גראף הפונקציה והאנרכיס ב- S_2 .

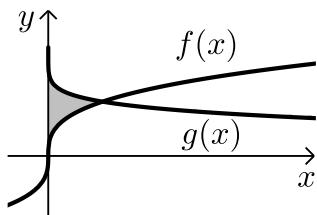
$$\text{מצא את היחס: } \frac{S_1}{S_2}$$



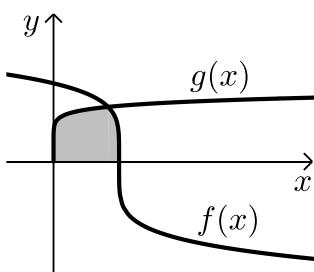
- 9) באIOR שלפניך נתונים הגרפים של הפונקציות הבאות: $g(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x}}$, $f(x) = 4\sqrt[3]{x}$.
 א. מצא את נקודת החיתוך של הגרפים בתחום: $x > 0$.
 ב. מעבירים אנך לציר ה- x , $x=a$, (a פרמטר). ידוע כי השטח שנוצר בין שני הגרפים מנקודות החיתוך שלהם ועד לאנך הוא: $\frac{3}{16} \cdot 42$ סמ"ר.
 מצא את a .



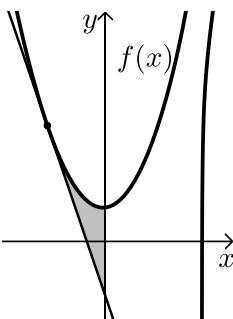
- 10) נתונה הפונקציה: $f(x) = \sqrt[4]{5x+6} - ax$, (a פרמטר).
 ידוע כי גראף הפונקציה חותך את ציר ה- x בנקודה שבה $x=2$.
 א. מצא את הפרמטר a וכותב את הפונקציה.
 ב. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה?
 ג. מצא את נקודת קיצון הקצה של הפונקציה.
 ד. מצא את משוואת המשיק לגראף הפונקציה העובר דרך נקודת החיתוך שלה עם ציר ה- x .
 ה. באIOR שלפניך מתואר גראף הפונקציה $f(x)$ והמשיק שמצאת בסעיף הקודם. מוריידים אנק מהמשיק אל נקודת קיצון הקצה של הפונקציה שמצאת בסעיף ג'.
 חשב את השטח הנוצר בין גראף הפונקציה $f(x)$ והמשיק.



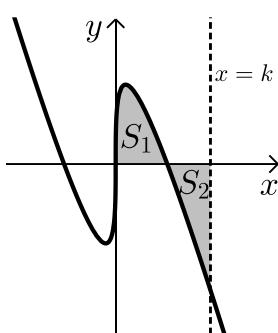
- 11)** באIOR שלפניך נתונים הגרפים של הפונקציות: $f(x) = \sqrt[3]{x}$, $g(x) = 2 - \sqrt[6]{x}$.
 א. מצא את נקודת החיתוך של הגרפים.
 ב. חשב את השטח הכלוא בין שני הגרפים וציר ה- y .



- 12)** הנגזרת של הפונקציה $f(x)$ היא: $f'(x) = -\frac{1}{\sqrt[5]{(6-5x)^4}}$. ידוע כי הפונקציה חותכת את ציר ה- x בנקודת שבה: $x = 1.2$.
 א. מצא את הפונקציה $f(x)$.
 ב. חשב את השטח הכלוא בין גרף הפונקציה $f(x)$, גרף הפונקציה $g(x) = \sqrt[10]{x}$ וציר ה- x .



- 13)** נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{3}{\sqrt[3]{5-x}} + \frac{1}{2}x^2$.
 א. מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודת שבה $x = -3$.
 ב. חשב את השטח הכלוא בין גרף הפונקציה $f(x)$, המשיק וציר ה- y .



- 14)** נתונה הפונקציה: $f(x) = \sqrt[3]{x} - 4x$.
 א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה?
 ב. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם ציר ה- x .
 ג. באIOR שלפניך מתואר גרף הפונקציה בריבוע הראשון. השטח הכלוא בין גרף הפונקציה וציר ה- x יסומן ב- S_1 .
 מעבירים ישר $x = k$ אשר יוצר את השטח S_2 כמתואר.
 מצא את k אם ידוע כי: $S_1 = S_2$.

תשובות סופיות:

$$\frac{5}{11} \sqrt[5]{x^{11}} + c \text{ .ג} \quad 2x^2 - 1.6 \sqrt[4]{x^5} + c \text{ .ב} \quad 0.75 \sqrt[3]{x^4} + c \text{ .נ} \quad (1)$$

$$\frac{2}{7} \sqrt{x^7} - 2\sqrt{x^3} + 10\sqrt{x} + c \text{ .ג} \quad \frac{4}{7} \sqrt[4]{x^7} + \frac{16}{3} \sqrt[4]{x^3} + c \text{ .ה} \quad 4.5 \sqrt[3]{x^2} + c \text{ .ט}$$

$$\frac{24}{49} \sqrt[8]{(7x+12)^7} + c \text{ .ט} \quad -0.8 \sqrt[4]{(5-x)^5} + c \text{ .ט} \quad \frac{3}{8} \sqrt[3]{(2x-3)^4} + c \text{ .ג}$$

$$-\frac{35}{8} \sqrt[5]{(14-2x)^4} + c \text{ .ט}$$

$$18 \frac{2}{3} \text{ .ג} \quad 33.76 \text{ .ב} \quad 45 \frac{1}{3} \text{ .נ} \quad (2)$$

$$f(x) = x^2 - \frac{3}{16} \sqrt[3]{(4x)^4} + 2 \quad (3)$$

$$f(x) = \frac{3}{20} \sqrt[3]{(5x+7)^4} - 12.15 \quad (4)$$

$$f(x) = 12.5 \sqrt[5]{(x+1)^4} + \frac{1}{3} (x-1)^3 - 18 \frac{1}{6} \quad (5)$$

$$S = \text{יח''ש 16} \quad \text{ב.} \quad (0,0); (8,0) \text{ .נ} \quad (6)$$

$$S = \text{יח''ש 18.149} \text{ .ג} \quad (2,0) \text{ .ב} \quad x > 0 \text{ .נ} \quad (7)$$

$$\frac{S_1}{S_2} = 4 \quad (8)$$

$$a = 8 \text{ .ב} \quad \left(\frac{1}{8}, 2 \right) \text{ .נ} \quad (9)$$

$$(-1.2, 1.2) \text{ .ג} \quad x \geq -1.2 \text{ .ב} \quad f(x) = \sqrt[4]{5x+6} - x, a = 1 \text{ .נ} \quad (10)$$

$$S = \text{יח''ש 0.48} \text{ .ה} \quad y = -\frac{27}{32}x + \frac{27}{16} \text{ .ט}$$

$$S = \text{יח''ש 1} \frac{11}{28} \text{ .ב} \quad (1,1) \text{ .נ} \quad (11)$$

$$S = \text{יח''ש 1} \frac{5}{66} \text{ .ב} \quad f(x) = (6-5x)^{\frac{1}{5}} \text{ .נ} \quad (12)$$

$$S = \text{ט} 4.56 \text{ ב.} \quad y = -2 \frac{15}{16}x - \frac{45}{16} \text{ נ. (13)}$$

$$k = \left(\frac{3}{8}\right)^{1.5} = 0.2296.. \text{ ג. } (0,0), \left(\frac{1}{8}, 0\right), \left(-\frac{1}{8}, 0\right) \text{ ב.} \quad x \text{ א. כל (14)}$$